

## TRẮC ĐỊA - ĐỊA CHÍNH – BẢN ĐỒ (trang 76-87)

### NGHIÊN CỨU KHẢ NĂNG SỬ DỤNG MA TRẬN CƠ SỞ TRONG VIỆC XÁC ĐỊNH ĐƯỜNG EPIPOLAR PHỤC VỤ TỰ ĐỘNG TÌM ĐIỂM CÙNG TÊN TRÊN CẶP ẢNH LẬP THỂ

NGUYỄN BÁ DUY, Trường Đại học Mỏ - Địa chất

**Tóm tắt:** Hình học epipolar (epipolar geometry) là quan hệ hình học của hai mặt phẳng ảnh trong cặp ảnh lập thể. Nó độc lập với cấu trúc ảnh và chỉ phụ thuộc vào yếu tố định hướng trong và các yếu tố định hướng ngoài. Trong công nghệ đo ảnh, đặc biệt là khâu tự động tìm điểm ảnh cùng tên trên cặp ảnh lập thể, các yếu tố hình học epipolar đóng một vai trò quan trọng trong việc thu hẹp phạm vi tìm kiếm. Thuật toán tự động tìm điểm cùng tên được áp dụng trên các phần mềm đo ảnh hiện nay đều dựa trên cơ sở lý thuyết về hình học epipolar. Tuy nhiên, kỹ thuật này lại yêu cầu các thông số đầu vào là các yếu tố định hướng của máy chụp ảnh, do vậy nó còn tồn tại những hạn chế nhất định. Bài báo này giới thiệu khả năng sử dụng ma trận cơ sở  $F$  (Fundamental matrix) phục vụ xác định đường epipolar mà không cần sử dụng các yếu tố định hướng của máy chụp ảnh. Nội dung nghiên cứu bao gồm, nghiên cứu cơ sở lý thuyết của phương pháp xây dựng ma trận cơ sở, phương pháp giải ma trận cơ sở, phương pháp xác định đường epipolar trên cặp ảnh lập thể dựa trên ma trận cơ sở và thực nghiệm lập chương trình xác định đường epipolar trên cặp ảnh lập thể sử dụng ma trận cơ sở trên cơ sở ngôn ngữ lập trình Matlab. Kết quả cho thấy khả năng và tầm quan trọng của việc áp dụng ma trận cơ sở trong công nghệ đo ảnh.

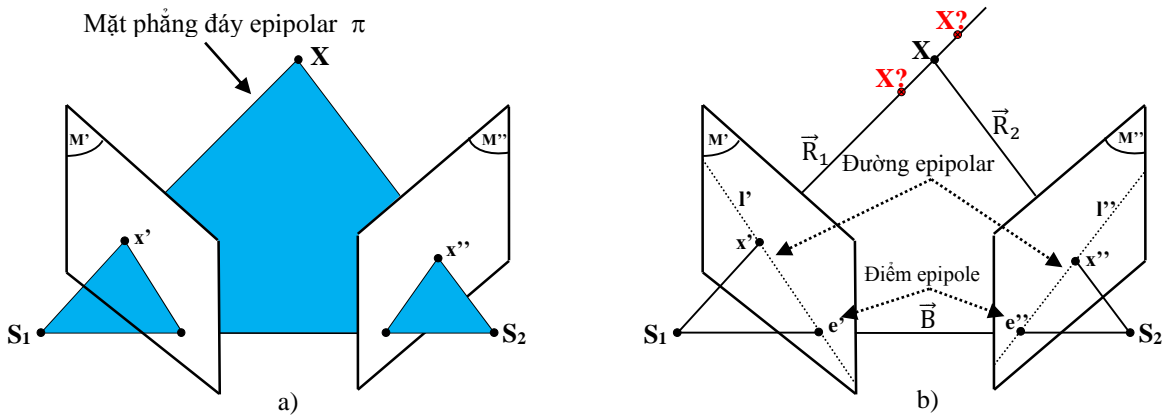
#### 1. Đặt vấn đề

Tự động tìm điểm cùng tên trên cặp ảnh lập thể hay còn được gọi là kỹ thuật khớp ảnh (matching) là một công đoạn quan trọng của công nghệ đo ảnh. Lý thuyết khớp ảnh dựa trên đặc tính hình học của cặp ảnh lập thể và trên cơ sở hình học epipolar với mục đích tạo ra các đường epipolar song song với nhau trên một cặp ảnh lập thể chuẩn hóa, ở đó thị sai dọc bằng 0 [1]. Kỹ thuật này cho phép thu hẹp vùng không gian tìm kiếm điểm ảnh cùng tên. Các thuật toán chủ yếu được áp dụng trong các phần mềm đo ảnh hiện nay phục vụ cho khâu tự động tìm điểm cùng tên được áp dụng đều dựa trên cơ sở lý thuyết về hình học epipolar [2]. Các thuật toán dựa trên cơ sở lý thuyết này yêu cầu các thông số đầu vào bao gồm: các yếu tố định hướng trong ( $x_0, y_0, f_k$ ) và các yếu tố định hướng ngoài

( $X_0, Y_0, Z_0, \varphi, \omega, \kappa$ ) của máy chụp ảnh, do vậy nó còn tồn tại những hạn chế nhất định, giả sử như trong điều kiện các yếu tố định hướng này không được xác định. Mặt khác, trong những năm gần đây rất nhiều ứng dụng của ma trận cơ sở vào đời sống mà cụ thể là tự động hóa trong lĩnh vực công nghiệp nói chung và trong lĩnh vực đo ảnh nói riêng đang là một xu hướng mới và đầy tiềm năng [3,4,5]. Do đó nghiên cứu khả năng sử dụng ma trận cơ sở phục vụ xác định đường epipolar mà không cần sử dụng các yếu tố định hướng của máy chụp ảnh có ý nghĩa và cần thiết không những trong lĩnh vực nghiên cứu giảng dạy mà còn phù hợp với xu thế phát triển của công nghệ đo ảnh trong thực tế sản xuất.

#### 2. Các yếu tố hình học epipolar

Các yếu tố hình học epipolar được mô tả chi tiết như hình 1 dưới đây:



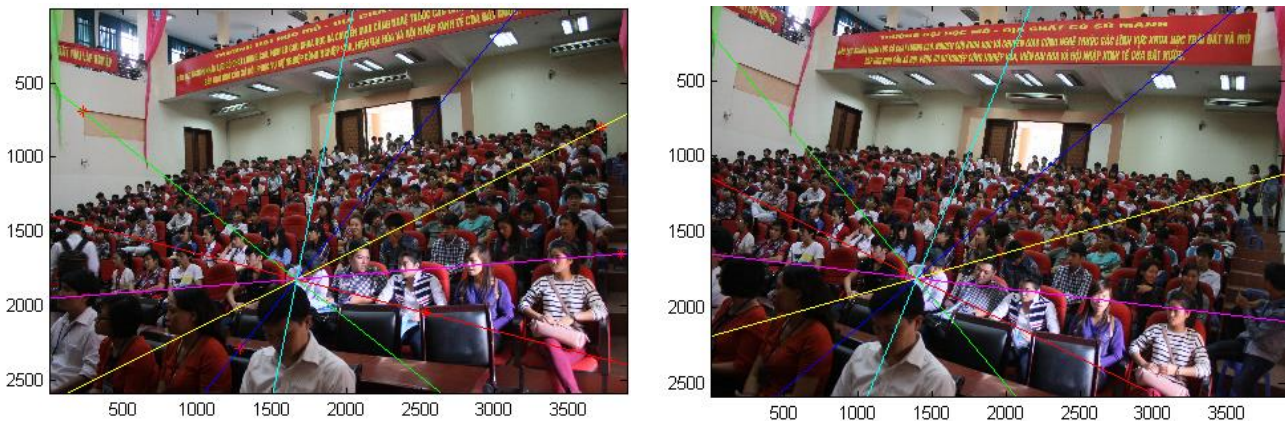
Hình 1. Các yếu tố hình học Epipolar

Trong hình 1 (a) hai máy chụp ảnh (có các thông số kỹ thuật giống nhau), hoặc cùng một máy chụp ảnh chụp cùng một đối tượng ở hai vị trí khác nhau của tâm chụp được xác định bởi hai tâm chụp ảnh  $S_1, S_2$  và các mặt phẳng ảnh tương ứng là mặt phẳng ảnh trái  $M'$  và mặt phẳng ảnh phải  $M''$ . Đường thẳng nối  $S_1$  với  $S_2$  được gọi là đường đáy ảnh  $B$ .  $X$  là một điểm bất kỳ trong hệ tọa độ không gian vật,  $x'$  và  $x''$  là các điểm ảnh tương ứng của nó trên  $M', M''$ ,  $\vec{R}_1 = \overline{S_1X}$ ,  $\vec{R}_2 = \overline{S_2X}$  tương ứng là vector tọa độ điểm vật trong hệ tọa độ không gian của ảnh trái, và hệ tọa độ không gian của ảnh phải.

Các yếu tố hình học epipolar được thể hiện trong hình 1 (b) bao gồm: điểm epipole  $e', e''$  là giao điểm của đường đáy ảnh với hai mặt phẳng ảnh; mặt phẳng epipolar (mặt phẳng  $\pi$ ) là mặt phẳng chứa giao điểm của hai tia chiếu cùng tên  $S_1x', S_2x''$  và đường đáy ảnh  $S_1S_2$  (có vô số mặt phẳng epipolar), hình chiếu (vết) của mặt phẳng

này trên hai ảnh là đường epipolar  $l'$  và  $l''$ , các đường này thường không song song với nhau và đồng quy tại điểm epipole (hình 2).

Hình học epipolar giữa hai ảnh trong cặp ảnh lập thể thực chất là quan hệ hình học của sự giao nhau giữa mặt phẳng ảnh với chùm mặt phẳng có trục là đường đáy ảnh  $S_1S_2$ . Mỗi quan hệ hình học này sẽ thu hẹp phạm vi tìm kiếm cùng tên trong phương pháp đo ảnh lập thể (stereo matching). Theo lý thuyết đo ảnh thì:  $S_1, S_2, X, x', x''$  nằm trên cùng một mặt phẳng (mặt phẳng  $\pi$ ), còn được gọi là mặt phẳng đáy. Đây chính là điều kiện đồng phẳng trong đo ảnh, nó đóng vai trò quan trọng trong các thuật toán tìm các điểm ảnh cùng tên, bởi vì nếu việc tìm kiếm ảnh tương ứng với  $x'$  không cần phải thực hiện trên toàn bộ mặt phẳng ảnh, mà chỉ giới hạn trong đường  $l''$  thì công việc tìm kiếm sẽ được thực hiện rất nhanh. Do vậy, việc xác định đường  $l''$  có ý nghĩa vô cùng quan trọng.



Hình 2. Đường epipolar trên cặp ảnh lập thể

### 3. Ma trận cần thiết E, ma trận cơ sở F và khả năng áp dụng xác định đường epipolar

#### 3.1. Thành lập ma trận cần thiết E và ma trận cơ sở F

Dựa trên tính chất đồng phẳng của 3 vector,  $\vec{R}_2 = \vec{R}_1 - \vec{B}, \vec{B}, \vec{R}_1$ , kết hợp với mối quan hệ giữa  $\vec{R}_2$  và  $\vec{R}_1$ , ma trận xoay A là ma trận trục giao (ta có ma trận xoay của ảnh trái  $A_{\varphi_1, \omega_1, \kappa_1}$  với các góc xoay tương ứng là  $\varphi_1, \omega_1, \kappa_1$ , ma trận xoay của ảnh phải  $A_{\varphi_2, \omega_2, \kappa_2}$  với các góc xoay tương ứng là  $\varphi_2, \omega_2, \kappa_2$ ). Khi viết dưới dạng quan hệ tọa độ thì ta có:

$$\begin{cases} R_1^T (B \times R_2) = 0 \\ R_1 = A_{\varphi, \omega, \kappa} (R_2 - B) \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} (R_2 - B)^T (B \times R_2) = 0 \\ R_1 = A_{\varphi, \omega, \kappa} (R_2 - B) \end{cases} \leftrightarrow R_1^T A_{\varphi, \omega, \kappa} (B \times R_2) = 0, \quad (1)$$

do  $A_{\varphi, \omega, \kappa}^T R_1 = (R_2 - B) \leftrightarrow R_1^T A_{\varphi, \omega, \kappa} = (R_2 - B)^T (A^T A = E)$

Phương trình (1) có thể được viết lại dưới dạng:

$$R_1^T A_{\varphi, \omega, \kappa} S R_2 = 0, \quad (2)$$

trong đó S là toán tử nhân chéo được biến đổi từ B, cụ thể:

$$B \times R_2 \leftrightarrow \begin{bmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -B_z & B_y \\ B_z & 0 & -B_x \\ -B_y & B_x & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} = S R_2, \quad (3)$$

Nếu gán  $A_{\varphi, \omega, \kappa} S = E$ , thì phương trình (2) sẽ được viết lại thành:  $R_1^T E R_2 = 0$ , trong đó ma trận E được gọi là ma trận cần thiết [1].

Áp dụng điều kiện đồng phương của vector điểm ảnh trong hệ tọa độ không gian ảnh ( $r'$  là vector tọa độ điểm ảnh trong hệ tọa độ không gian ảnh trái,  $r''$  là vector tọa độ điểm ảnh trong hệ tọa độ không gian ảnh phải) với vector điểm vật trong hệ tọa độ không gian vật ta có:

$$\begin{cases} r' = A_{\varphi_1, \omega_1, \kappa_1} R_1 \\ r'' = A_{\varphi_2, \omega_2, \kappa_2} R_2 \\ R_1^T E R_2 = 0 \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} A_{\varphi_1, \omega_1, \kappa_1}^{-1} \cdot r' = R_1 \\ A_{\varphi_2, \omega_2, \kappa_2}^{-1} \cdot r'' = R_2 \\ R_1^T E R_2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (r')^T (A_{\varphi_1, \omega_1, \kappa_1}^{-1})^T = R_1^T \\ A_{\varphi_2, \omega_2, \kappa_2}^{-1} \cdot r'' = R_2 \\ R_1^T E R_2 = 0 \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} (r')^T (A_{\varphi_1, \omega_1, \kappa_1}^{-1})^T E A_{\varphi_2, \omega_2, \kappa_2}^{-1} r'' = 0 \\ (r')^T \{ (A_{\varphi_1, \omega_1, \kappa_1}^{-1})^T E A_{\varphi_2, \omega_2, \kappa_2}^{-1} \} r'' = 0 \\ (r')^T F r'' = 0. \end{cases} \quad (4)$$

Ma trận  $F = (A_{\varphi_1, \omega_1, \kappa_1}^{-1})^T E A_{\varphi_2, \omega_2, \kappa_2}^{-1}$  được gọi là ma trận cơ sở [9].

Như vậy có thể thấy ma trận cơ sở F là biểu diễn đại số của hình học epipolar. Đó là một ma trận  $3 \times 3$  và có hạng là 2 (rank = 2). Nếu một điểm X bất kỳ thuộc hệ tọa độ không gian vật có vector tọa độ tương ứng trên ảnh trái là  $r'$  và trên ảnh phải là  $r''$  thì hai điểm ảnh này sẽ thỏa mãn công thức:

$$(r')^T F r'' = 0. \quad (5)$$

Ma trận cơ sở F độc lập với cấu trúc ảnh và là biểu diễn đại số của yếu tố hình học epipolar. Tuy nhiên, nó có thể được ước lượng từ việc tìm tương ứng giữa các điểm ảnh độc lập mà không cần biết về các yếu tố định hướng trong và các yếu tố định hướng ngoài của máy chụp ảnh.

#### 3.2. Thuật toán giải ma trận cơ sở F

Trong phần này, chúng ta tìm hiểu cách xác định ma trận cơ sở F bằng phương pháp 8 điểm. Ngoài phương pháp này ra, ma trận cơ sở còn được xác định từ các thông số camera [2]. Cơ sở cho thuật toán 8 điểm là biểu thức (5). Tính chất này đúng cho mọi cặp điểm tương ứng trong cặp ảnh lập thể: giả sử  $p'[x', y', 1]$  và  $p''[x'', y'', 1]$  là các điểm cùng tên. Thực hiện các phép nhân và biến đổi ma trận, phương trình (2) có thể được viết lại dưới dạng phương trình (6).

$$x'' x' f_{11} + x'' y' f_{12} + x'' f_{13} + y'' x' f_{21} + y'' y' f_{22} + y'' f_{23} + x' f_{31} + y' f_{32} + f_{33} = 0, \quad (6)$$

Gọi f là một vector có 9 phần tử là các phần tử của ma trận F. Khi đó, tập hợp n cặp điểm cùng tên sẽ cho một hệ phương trình tuyến tính dùng để tính ma trận F như trong hệ (7) dưới đây.

$$Af = \begin{bmatrix} x_1''x_1' & x_1''y_1' & x_1'' & y_1''x_1' & y_1''y_1' & y_1'' & x_1' & y_1' & 1 \\ x_2''x_2' & x_2''y_2' & x_2'' & y_2''x_2' & y_2''y_2' & y_2'' & x_2' & y_2' & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_n''x_n' & x_n''y_n' & x_n'' & y_n''x_n' & y_n''y_n' & y_n'' & x_n' & y_n' & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{11} \\ f_{12} \\ f_{13} \\ f_{21} \\ f_{22} \\ f_{23} \\ f_{31} \\ f_{32} \\ f_{33} \end{bmatrix}, \quad (7)$$

Ma trận hệ số A được hình thành từ các điểm cùng tên trên cặp ảnh lập thể nên các điều kiện là rất kém (các phương trình sẽ phụ thuộc tuyến tính nếu các điểm cùng tên nằm trên cùng một đường thẳng). Do đó điều kiện để giải hệ phương trình này là ma trận A phải có hạng tối thiểu là 8. Nếu số liệu đo là chính xác và hạng của A là 8 thì lời giải của bài toán là duy nhất (số phương trình bằng với số ẩn số cần xác định). Tuy nhiên, thực tế không thể tránh khỏi sai số đo, khi đó khi chúng ta tăng số trị đo, tức là ma trận A có thể có hạng lớn hơn 8 và trong trường hợp này, ta giải hệ (7) bằng phương pháp số bình phương nhỏ nhất.

### 3.3. Khả năng sử dụng ma trận cơ sở F vào xác định đường epipolar

Xét hai điểm cùng tên p' (x', y') trong hệ tọa mặt phẳng ảnh trái, p'' (x'', y'') trong hệ tọa mặt phẳng ảnh phải. Khi đó biểu thức (5) được viết lại có dạng:

$$(x' \quad y' \quad 1)F \begin{pmatrix} x'' \\ y'' \\ 1 \end{pmatrix} = 0, \quad (8)$$

$$\Leftrightarrow (F_{11}x'' + F_{21}y'' + F_{13}).x' + (F_{21}x'' + F_{22}y'' + F_{23}).y' + (F_{31}x'' + F_{32}y'' + F_{33}) = 0$$

$$\Leftrightarrow (F_{11}x' + F_{21}y' + F_{31}).x'' + (F_{12}x' + F_{22}y' + F_{32}).y'' + (F_{13}x' + F_{23}y' + F_{33}) = 0$$

$$\Leftrightarrow a.x'' + b.y'' + c = 0; \text{ với } a = (F_{11}x' + F_{21}y' + F_{13}), b$$

$$= (F_{21}x' + F_{22}y' + F_{23}), c = (F_{31}x' + F_{32}y' + F_{33}). \quad (9)$$

Phương trình (9) có dạng tổng quát là ax + by + c = 0, đây là phương trình đường thẳng, vì vậy nếu biết tọa độ (x', y') điểm p' trên ảnh trái và nếu biết ma trận cơ sở F thì ta hoàn toàn xác định được các hệ số a, b, c của phương trình đường thẳng epipolar l'', tức là có thể vẽ được một đường epipolar l'' cho ảnh phải ứng với điểm p'(x', y'). Để xác định đường epipolar l'\_i cho ảnh trái, ta dựa trên tọa độ của điểm p' đã biết và tọa độ của điểm epipole e' trong ảnh trái (tọa độ của điểm e' chưa biết, ta cần phải xác định. Ta lại có, e' là giao điểm của tất cả các đường epipolar trong ảnh trái nên p'Fe' = 0 với mọi p'' thuộc đường epipolar l''\_i của ảnh phải, nói cách khác:

$$Fe' = 0, \quad (10)$$

trong phương trình (10) do ma trận cơ sở F đã biết nên ta hoàn toàn xác định được e'. Do đó, đường epipolar l'\_i cho ảnh trái có thể được viết dựa trên tọa độ hai điểm p' và e'.

## 4. Thực nghiệm

Trong phần này dựa trên cơ sở nghiên cứu lý thuyết đã giới thiệu trong mục 3, tác giả đã tiến hành lập chương trình đo đặc tọa độ các điểm cùng tên trên cặp ảnh lập thể bất kỳ và xác định đường epipolar dựa vào việc sử dụng ma trận cơ sở F (chương trình được viết trên ngôn ngữ lập trình Matlab). Số liệu đầu vào là tọa độ các điểm cùng tên trên cặp ảnh lập thể (12 điểm) có vị trí như trong hình 3 và số liệu đo như trong bảng 1.

Kết quả tính toán bao gồm: ma trận cơ sở F (biểu thức 11), tọa độ các điểm trên ảnh trái (sử dụng để mô tả) và các hệ số của phương trình đường epipolar trên ảnh phải được xác định bằng việc sử dụng ma trận cơ sở F (bảng 2). Hình ảnh các đường epipolar được mô tả như trong hình 4.

Bảng 1. Tọa độ mặt phẳng các điểm cùng tên trên cặp ảnh lập thể

STT	Tọa độ điểm ảnh trên ảnh trái		Tọa độ điểm ảnh trên ảnh phải	
	$x'$	$y'$	$x''$	$y''$
1	221,06	144,39	337,72	110,17
2	860,39	117,94	819,94	99,28
3	1281,94	191,06	1345,72	178,61
4	1305,28	450,83	1364,39	424,39
5	1051,72	547,28	1062,61	509,94
6	857,28	315,50	762,39	289,06
7	31,28	429,06	147,94	380,83
8	230,39	906,61	252,17	842,83
9	553,94	1203,72	633,28	1130,61
10	1075,06	1139,94	973,94	1082,39
11	1449,94	1340,61	1484,17	1278,39
12	936,61	791,50	851,06	746,39



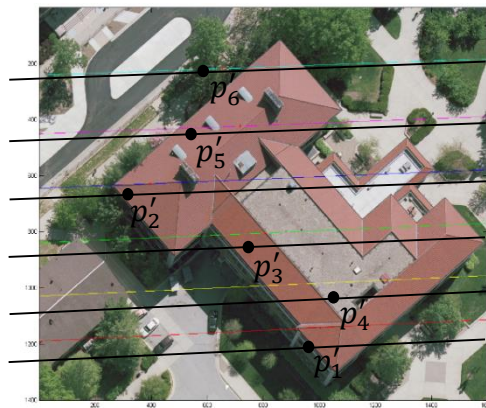
Ảnh trái

Ảnh phải

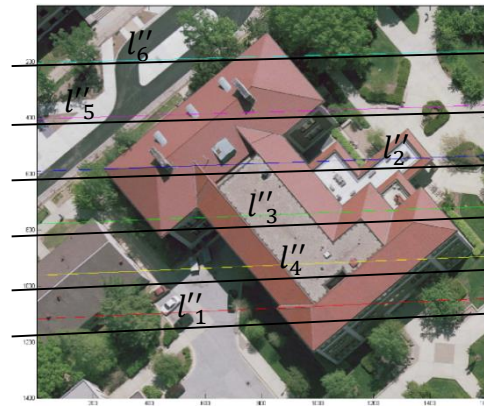
Hình 3. Vị trí các điểm cùng tên được lựa chọn đo tọa độ trên cặp ảnh lập thể

$$F = \begin{bmatrix} -2,87E - 07 & 7,32E - 07 & 0,0008085 \\ -4,58E - 07 & -2,55E - 07 & 0,0367616 \\ -0,001175 & -0,035087 & 0,9987069 \end{bmatrix}, \quad (11)$$

STT (i)	Tọa độ điểm $p'_i$ trên ảnh trái		Hệ số của phương trình đường epipolar trên ảnh phải		
	$x'$	$y'$	a	b	c
1	1003,5	1142,0	0,0016	0,0360	-40,25
2	396,1	629,4	0,0013	0,0364	-21,55
3	831,6	830,9	0,0014	0,0362	-29,14
4	1243,5	976,1	0,0015	0,0359	-34,71
5	704,2	430,9	0,0011	0,0363	-14,95
6	653,8	214,6	0,0010	0,0364	-7,30



Điểm mô tả và đường epipolar trên ảnh trái



Đường epipolar tương ứng trên ảnh phải

Hình 4. Vị trí các điểm mô tả và đường epipolar trên cặp ảnh lập thể được xác định bằng việc sử dụng ma trận cơ sở  $F$

### 5. Nhận xét và kết luận

Trên cơ sở nghiên cứu lý thuyết và thực nghiệm đã được trình bày ở trên cho thấy, việc sử dụng ma trận cơ sở được thành lập và giải trên cơ sở tọa độ của các điểm ảnh cùng tên cho phép xác định đường epipolar trên cặp ảnh lập thể một cách nhanh gọn, đơn giản, dễ hiểu mà không yêu cầu những yếu tố định hướng của máy chụp ảnh. Với những ưu điểm đó, có thể bước đầu khẳng định tầm quan trọng của ma trận cơ sở trong nghiên cứu giảng dạy chuyên ngành đo ảnh mà còn trong cả thực tế sản xuất của công nghệ đo ảnh. Tuy nhiên đây mới chỉ là nghiên cứu bước đầu, vì thế để khẳng định tính ưu việt cũng như độ chính xác của phương pháp thì cần có những nghiên cứu thêm và cần có những so sánh, đánh giá cụ thể với các phương pháp khác.

### TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. T. Schenk, 1990. Computation of Epipolar Geometry, vol. 2.
- [2]. T. T. Anh, 2009. Epipolar Resampling of Stereo Image Base on Airbase in the Digital Photogrammetry. In 7th FIG Regional Conference Spatial Data Serving People: Land Governance and the Environment – Building the Capacity Hanoi, Vietnam, no. October 2009, pp. 19–22.
- [3]. M. Shah, 1997. Fundamental of computer vision.
- [4]. R. Hartley and A. Zisserman, 2003. Multiple View Geometry in Computer Vision, 2nd ed. New York, NY, USA: Cambridge University Press.
- [5]. J. Oh, 2011. Novel Approach to Epipolar Resampling of HRSI and Satellite Stereo Imagery-based Georeferencing of Aerial Images. The Ohio State University.

### SUMMARY

#### Study on the methods of epipolar line estimation using Fundamental matrix

Nguyen Ba Duy, *Hanoi University of Mining and Geology*

The epipolar geometry is the intrinsic projective geometry between two images in stereo pairs. It is independent of scene structure, and only depends on the cameras' internal parameters and relative pose. This geometry is usually motivated by considering the search for corresponding points in stereo matching algorithms, the benefit is that the search for the point corresponding need not cover the entire image plane but can be restricted to the epipolar line. The conventional methods have their own limitation that need to consider internal parameters and relative pose. This paper attempts to measure mathematical ability of Fundamental matrix to estimate epipolar line. The contents include, study the theoretical of the method of construction of the Fundamental matrix, algorithm to solved this matrix, determine the epipolar lines of stereoscopic image pairs based on the Fundamental matrix and defined test program on the epipolar line using stereoscopic image pairs matrix and applied for experimental data. The results showed the ability and importance of the application of the Fundamental matrix in photogrammetric technology.